La duplication du carré dans le *Ménon* de Platon

Platon (-427-348). *Ménon*, 82a-85c, Trad. Croiset, éd. Belles Lettres, Paris 1965, p. 251-257.

<Vérification de la théorie de la réminiscence par l'interrogation de l'esclave>

82 Socrate. - Je t'ai déjà dit, Ménon, que tu étais plein de malice. Voici maintenant que tu me demandes une leçon à moi qui soutiens qu'il n'y a pas d'enseignement, qu'il n'y a que des réminiscences : tu tiens à me mettre tout de suite en contradiction manifeste avec moi-même.
Ménon. - Nullement, Socrate, par Zeus ! Je n'avais pas le moins du monde cette intention, et c'est seulement l'habitude qui m'a fait parler ainsi. Mais enfin, si tu as quelque moyen de me faire voir la chose, montre-la-moi.
Socrate. - Ce n'est pas facile ; j'y mettrai cependant tout mon zèle par amitié pour toi. - Appelle un de ces
b nombreux serviteurs qui t'accompagnent, celui que tu voudras, afin que par lui je te montre ce que tu désires.
Ménon. - À merveille. (*S'adressant à un esclave*) Approche.
Socrate. - Est-il Grec ? Sait-il le grec ?
Ménon. – Parfaitement ; il est né chez moi.
Socrate. - Fais attention : vois s'il a l'air de se souvenir, ou d'apprendre de moi.
Ménon. - J'y ferai attention.
Socrate (*à l'esclave*). - Dis-moi, mon ami, sais-tu que cet espace est carré[1] ?
L'esclave. - Oui.
c Socrate. -Et que, dans un espace carré, les quatre lignes que voici sont égales ?
L'esclave. - Sans doute.
Socrate. - Et que ces lignes qui le traversent par le milieu, sont égales aussi ?
L'esclave. - Oui.
Socrate. - Un espace de ce genre peut-il être ou plus grand ou plus petit ?
L'esclave. - Certainement.
Socrate. - Si on donnait à ce côté deux pieds de long et à cet autre également deux, quelle serait la dimension du tout ? Examine la chose comme ceci : s'il y avait, de ce côté, deux pieds et, de cet autre, un seul, n'est-il pas vrai que l'espace serait d'une fois deux pieds ?
L'esclave. - Oui.
d Socrate. - Mais du moment qu'on a pour le second côté aussi deux pieds, cela ne fait-il pas deux fois deux ?
L'esclave. - En effet.
Socrate. - L'espace est donc alors de deux fois deux pieds ?
L'esclave. - Oui.
Socrate. - Combien font deux fois deux pieds ? Fais le calcul et dis-le-moi.
L'esclave. - Quatre, Socrate.
Socrate. - Ne pourrait-on avoir un autre espace double de celui-ci, mais semblable, et ayant aussi toutes ses lignes égales ?
L'esclave. - Oui.
Socrate. - Combien aurait-il de pieds ?
L'esclave. - Huit.
Socrate. -Eh bien, essaie de me dire quelle serait la longueur de chaque ligne dans ce nouvel espace. Dans celui-
e ci, la ligne a deux pieds ; combien en aurait-elle dans le second, qui serait double ?
L'esclave. - C'est évident, Socrate, qu'elle en aurait le double.
Socrate. - Tu vois, Ménon, que je ne lui enseigne rien[2] : sur tout cela, je me borne à l'interroger. En ce moment, il croit savoir quelle est la longueur du côté qui donnerait un carré de huit pieds. Es-tu de mon avis ?
Ménon. - Oui.
Socrate. - S'ensuit-il qu'il le sache ?
Ménon. - Non certes.
Socrate. - Il croit que ce côté serait double du précédent ?

---

[1] Socrate est censé tracer, sur le sable ou autrement, les figures nécessaires à sa démonstration.

[2] L'esclave croit que le carré de huit pieds est engendré par un côté de quatre pieds. C'est cette erreur, dans laquelle il donne avec une confiance entière, qui témoigne de la sincérité avec laquelle l'épreuve est conduite.

2

Ménon. - Oui.

Socrate. - Mais vois maintenant comme il va se ressouvenir d'une manière correcte.

(*À l'esclave*) Réponds-moi : Tu dis qu'une ligne double donne naissance à une surface deux fois plus grande ?

83 Comprends-moi bien. Je ne parle pas d'une surface longue d'un côté, courte de l'autre ; je cherche une surface comme celle-ci, égale dans tous les sens, mais qui ait une étendue double, soit de huit pieds. Vois si tu crois encore qu'elle résultera du doublement de la ligne.

L'esclave. - Je le crois.

Socrate. - Cette ligne que tu vois sera-t-elle doublée si nous en ajoutons en partant d'ici une autre d'égale longueur ?

L'esclave. - Sans doute.

Socrate. - C'est donc sur cette nouvelle ligne que sera construite la surface de huit pieds si nous traçons quatre lignes pareilles ?

L'esclave. - Oui.

b Socrate. - Traçons les quatre lignes sur le modèle de celle-ci. Voilà bien la surface que tu dis être de huit pieds ?

L'esclave. - Certainement.

Socrate. - Est-ce que, dans notre nouvel espace, il n'y a pas les quatre que voici, dont chacun est égal au premier, à celui de quatre pieds ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Quelle est donc, d'après cela, l'étendue du dernier ? N'est-il pas quatre fois plus grand ?

L'esclave. - Nécessairement.

Socrate. - Une chose quatre fois plus grande qu'une autre en est-elle donc le double ?

L'esclave. - Non, par Zeus !

Socrate. - Qu'est-elle alors ?

L'esclave. - Le quadruple.

c Socrate. - Ainsi, en doublant la ligne, ce n'est pas une surface double que tu obtiens, c'est une surface quadruple.

L'esclave. - C'est vrai.

Socrate. - Quatre fois quatre font seize, n'est-ce pas ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Avec quelle ligne obtiendrons-nous donc une surface de huit pieds ? Celle-ci ne nous donne-t-elle pas une surface quadruple de la première ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Et cette ligne-ci moitié moins longue nous donne quatre pieds de superficie ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Soit! La surface de huit pieds n'est-elle pas le double de celle-ci, qui est de quatre, et la moitié de l'autre, qui est de seize ?

L'esclave. - Certainement.

d Socrate. - Il nous faut donc une ligne plus courte que celle-ci et plus longue que celle-là ?

L'esclave. - Je le crois.

Socrate. – Parfait ; réponds-moi selon ce que tu crois. Mais dis-moi : notre première ligne n'avait-elle pas deux pieds et la seconde quatre ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Pour l'espace de huit pieds, il faut donc une ligne plus longue que celle-ci, qui est de deux pieds mais plus courte que celle-là, qui est de quatre ?

L'esclave. - Oui.

e Socrate. - Essaie de me dire quelle longueur tu lui donnes.

L'esclave. - Trois pieds.

Socrate. - Pour qu'elle ait trois pieds de long, nous n'avons qu'à ajouter à celle-ci[3] la moitié de sa longueur : ce qui fait ici deux pieds plus un pied. Puis, à partir de là encore deux pieds plus un pied. Nous obtenons le carré que tu demandais.

---

[3] C'est-à-dire, à la ligne initiale, supposée de deux pieds (82 c), qui a d'abord donné le carré de quatre pieds, et, ensuite, doublée (83 a) celui de seize pieds.

3

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Mais si l'espace a trois pieds de long et trois pieds de large, la superficie n'en sera-t-elle pas de trois fois trois pieds ?

L'esclave. - Je le pense.

Socrate. - Or combien font trois fois trois pieds ?

L'esclave. - Neuf.

Socrate. - Mais pour que la surface fût double de la première, combien de pieds devait-elle avoir ?

L'esclave. - Huit.

Socrate. - Ce n'est donc pas encore la ligne de trois pieds qui nous donne la surface de huit.

L'esclave. - Evidemment non.

84 Socrate. - Laquelle est-ce ? Tâche de me le dire exactement, et si tu aimes mieux ne pas faire de calculs, montre-la nous.

L'esclave. - Mais par Zeus, Socrate, je n'en sais rien.

<Remarques de Socrate sur cette partie de l'interrogation>

Socrate. - Vois-tu, Ménon, encore une fois, quelle distance il a déjà parcourue dans la voie de la réminiscence ? Songe que d'abord, sans savoir quel est le côté du carré de huit pieds, ce qu'il ignore d'ailleurs encore, il croyait pourtant le savoir et répondait avec assurance en homme qui sait, n'ayant aucun sentiment de la difficulté.

b Maintenant, il a conscience de son embarras, et, s'il ne sait pas, du moins il ne croit pas savoir[4].

Ménon. - Tu as raison.

Socrate. - N'est-ce pas là un meilleur état d'esprit relativement à la chose qu'il ignorait ?

Ménon. - J'en conviens également.

Socrate. - En le mettant dans l'embarras, en l'engourdissant comme fait la torpille, lui avons-nous causé du tort ?

Ménon. - Je ne le crois pas.

Socrate. - Ou je me trompe fort, ou nous l'avons grandement aidé à découvrir où il en est vis-à-vis de la vérité.

c Car maintenant, comme il ignore, il aura plaisir à chercher ; tandis que précédemment il n'eût pas hésité à dire et à répéter de confiance, devant une foule de gens, que pour doubler un carré il faut en doubler le côté.

Ménon. - C'est probable.

Socrate. - Crois-tu donc qu'il eût été disposé à chercher et à apprendre une chose qu'il ne savait pas, mais qu'il croyait savoir, avant de s'être senti dans l'embarras pour avoir pris conscience de son ignorance, et d'avoir conçu le désir de savoir ?

Ménon. - Je ne le crois pas, Socrate.

Socrate. - Par conséquent son engourdissement lui a été profitable ?

Ménon. - C'est mon avis.

d Socrate. - Vois maintenant tout ce que cet embarras va lui faire découvrir en cherchant avec moi, sans que je lui enseigne rien, sans que je fasse autre chose que de l'interroger. Surveille-moi pour le cas où tu me surprendrais à lui donner des leçons et des explications, au lieu de l'amener par mes questions à dire son opinion.

<Reprise de l'interrogation>

(*S'adressant à l'esclave*) Réponds-moi,-toi. Nous avons donc ici un espace de quatre pieds ? Est-ce compris ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Nous pouvons lui ajouter cet autre-ci, qui lui est égal ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Et encore ce troisième, égal à chacun des deux premiers ?

L'esclave. - Oui.

Socrate. - Puis remplir ce coin qui reste vide ?

L'esclave. - Parfaitement.

Socrate. - N'avons-nous pas ici maintenant quatre espaces égaux ?

e L'esclave. - Oui.

Socrate. - Et combien de fois tous ensemble sont-ils plus grands que celui-ci ?

L'esclave. - Quatre fois.

---

4 Comparer, en effet, à sa dernière réponse, son : « Il est évident » de 82 e. -Sur les deux degrés d'ignorance cf. Alc. *I*, 116 sqq.

4
Socrate. - Mais nous cherchions un espace double ; tu t'en souviens bien ?
L'esclave. - Sans doute.
Socrate. - Cette ligne, que nous traçons d'un angle à l'autre dans chaque carré, ne les coupe-t-elle pas en deux
85 parties égales ?
L'esclave. - Oui.
Socrate. - Voici donc quatre lignes égales qui enferment un nouveau carré.
L'esclave. - Je vois.
Socrate. – Réfléchis : quelle est la dimension de ce carré ?
L'esclave. - Je ne le vois pas.
Socrate. - Est-ce que, dans chacun de ces quatre carrés, chacune de nos lignes n'a pas séparé une moitié en dedans ? Oui ou non ?
L'esclave. - Oui.
Socrate. - Et combien y a-t-il de ces moitiés dans le carré du milieu ?
L'esclave. - Quatre.
Socrate. - Et dans celui-ci ?
L'esclave. - Deux.
Socrate. - Qu'est-ce que quatre par rapport à deux ?
L'esclave. - C'est le double.
Socrate. - Combien de pieds alors à ce carré-ci ?
L'esclave. - Huit.
Socrate. - Et sur quelle ligne est-il construit ?
b L'esclave. - Sur celle-ci.
Socrate. - Sur la ligne qui va d'un angle à l'autre dans le carré de quatre pieds ?
L'esclave. - Oui.
Socrate. - Cette ligne est ce que les sophistes[5] appellent la diagonale. Si tel est son nom, c'est la diagonale qui selon toi, esclave de Ménon, engendre l'espace double.
L'esclave. - C'est bien cela, Socrate.

<Retour à Ménon et à la réminiscence>

Socrate. - Que t'en semble, Ménon ? A-t-il exprimé une seule opinion qu'il n'ait tirée de lui-même ?
c Ménon. – Aucune ; il a tout tiré de son propre fonds.
Socrate. - Et cependant il ne savait pas, nous l'avons reconnu tout à l'heure.

Ressources

- ***Doubler le carré avec Platon (Chapitre 5, p. 123-147)***
Dans *Passerelles, Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3* (CIIEHM, Arpeme, 2018)
Voir le site compagnon sur le site de la CIIEHM (à partir du Portail des IREM) : https://www.univ-irem.fr/chapitre-5-doubler-le-carre-avec-platon .

- ***L'irrationalité de $\sqrt{2}$ en classe de seconde : du doute à la démonstration (Chapitre 3, p. 79-104)***
Dans *Vivre les mathématiques par des approches historiques* (CIIEHM, Adapt éditions, 2024)
Voir le site compagnon sur le site de la CIIEHM (à partir du Portail des IREM) : https://www.univ-irem.fr/chapitre-3-l-irrationnalite-de-%E2%88%9A2-en-classe-de-seconde-du-doute-a-la .

- ***Les stratégies des élèves d'aujourd'hui sur le problème de la duplication du carré (Repères-IREM n°78, p. 13-36)***
En ligne à partir de Publimath (https://bibnum.publimath.fr/IWR/IWR10002.pdf), ou de la page Repères-IREM du Portail des IREM ou de l'IREM de Grenoble

- ***Carré d'aire double* (*Les irrationnels, partie 3 Des nombres au collège, CII Collège, brochure APMEP n°181)***
En ligne : https://publimath.fr/IWU08001/

[5] Le mot est pris, naturellement, dans son sens original ; cf. p. 24, n. <Le sophiste Hippias est présenté comme mathématicien>